Soukromá obchodní akadmie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

43801 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál – I A12** | **Tématická oblast** |
| Název předmětu | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav Novák, Mgr. |
| Název práce | **Kombinace** |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 4. ročník |
| Očekávaný výstup | užití správných vztahů pro počet kombinací |
| Použité programové vybavení |  |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |

**Připomenutí TEORIE :**

**KOMBINACE k- té třídy z n prvků**

**jsou skupiny po k prvcích vybírané z n-prvkové množiny**

**tak, že**

**NA POŘADÍ PRVKů při výběru**

**NEZÁLEŽÍ**

Definice :

**Kombinace k – té třídy z n – prvků jsou k – prvkové podmnožiny n – prvkové množiny.**

Už víme, co jsou kombinace. Zajímá nás ale ještě jejich počet.

Pojem faktoriálu :

**n!** se nazývá **n – faktoriál** a definuje se takto :

**n! = n. (n-1). (n-2). (n-3).** ……… **. 1**

**Pozor : 0! = 1**

**1! = 1 2! =** 2.1 = **2 3! =** 3.2.1 = **6 4! =** 4.3.2.1 = **24**

**5! =** 5.4! = **120 6! =** 6.5! = **720 7! =** 7.6! = **5040** atd.

**Počet kombinací k – té třídy z n prvků** se označuje **(n)** nebo **C(k, n)** a vypočítá se dle vztahu

**C(k, n) =**

se čte „en nad ká“ a nazývá se **kombinační číslo** a definuje se jako

**=**

Počet kombinací k – té třídy z n prvků se tedy určí dle vztahu

**C(k, n) = = , kde n**

*viz př. 1 : C(2, 8) = = = =* **28**

**Poznámka : V(k, n) = k!.C(k, n)**

Typickým příkladem kombinací je **sportka.**

Ve sportce se tahá šest čísel z devětačtyřiceti. Při losování nezáleží na tom, které číslo bylo vylosováno jako první a které jako poslední. Hráč musí prostě uhádnout, jaká čísla byla tažena a ne v jakém byla tažena pořadí.

Víme vzorec pro výpočet počtu kombinací, použijme ho tudíž v tomto případě : http://www.matweb.cz/cgi-bin/mimetex.cgi?K(k,n)=\frac%7bn!%7d%7bk!(n-k)!%7d:

http://www.matweb.cz/cgi-bin/mimetex.cgi?K(6,49)=\frac%7b49!%7d%7b6!(49-6)!%7d=\frac%7b49!%7d%7b6!\cdot43!%7d=13\,983\,816

*Abychom s určitostí vyhráli 1. cenu ve Sportce, museli bychom tedy vsadit 13 983 816 sloupců. Jeden sloupec stojí v nynější době 16 Kč. Spočítejte si sami, jak vysoká je vložená částka potřebná k maximální výhře a pochopíte, že se nám taková sázka asi moc nevyplatí.*

**Pravidlo kombinatorického součinu na jednoduchých příkladech :**

**Př. 1 : Kolik existuje různých dvojciferných čísel?** Logická úvaha : Na prvním místě dvojciferného čísla se mohou vyskytovat všechny číslice kromě nuly, což představuje devět možností. Na druhém místě se již nula objevit může, možností už je tedy deset. Počet všech dvojciferných čísel získáme pouhým vynásobením, protože ke každé z devíti cifer na prvním místě může příslušet deset číslic na místě druhém. Tj. 9.10 = 90. Odpověď **: Existuje devadesát různých dvojciferných čísel.**

**Př. 2 : Kolik existuje různých trojciferných čísel, žádná cifra se přitom nesmí opakovat.** Logická úvahu a užití pravidla kombinatorického násobení : Na prvním místě může být opět devět číslic, nulou vícemístné číslo začínat nemůže. Na druhém místě mohou být všechny cifry včetně nuly (10), ale nesmí tam být číslice vyskytující se už na první pozici. Na druhém místě se může objevit opět pouze devět cifer. Na třetím místě mohou být opět všechny číslice, ale nesmí tam být číslice, které se už objevily na prvním nebo na druhém místě. Na třetím místě se může objevit už jen osm číslic. Řešení : 648 Odpověď : **Různých trojciferných čísel se všemi různými číslicemi existuje 648.**

Důležité : **uvědomte si, že to, co následuje závisí na tom, co předcházelo.** ( když na druhém místě dvojka, na třetím už dvojka být nemůže )

**Pravidlo kombinatorického součinu používáme právě tehdy, když se jedná o konjunkci.**

**Pravidlo kombinatorického součtu :**

**Př. 1 : Kolik existuje různých jednociferných nebo dvojciferných čísel?** Jednociferných čísel je 10, dvojciferných 90. Jednociferných **nebo** dvojciferných = 10 **+** 90 **= 100.** Kombinatorické pravidlo součtu se používá v případě, kdy jednotlivé množiny (zde jednociferná a dvojciferná čísla) na sobě **nezávisí.** Používá se, když se jedná o disjunkci.

Zjednodušeně : **konjunkce ………… průnik ……….. součin disjunkce ………….sjednocení …….. součet**

**Příklady :**

**1. Na kurzu se potkají čtyři lidi ze stejného města, označíme je A, B, C a D. Dva z nich se skamarádí. Kolik je možných variant tohoto přátelství:**

Řešení: Dvoučlenná kombinace ze čtyř prvků bez opakování:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**2. Bylo rozdáno 20 čísel, ze kterých se vylosují 3 jako výherních. Kolik existuje možných variant lidí s vylosovanou vstupenkou?**

Řešení: tříčlenná kombinace z 20-ti prvků bez opakování:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**3. Ve třídě je 20 dětí. Čtyři z nich mají vystoupit na školním představení. Kolik existuje možností výběru těchto čtyř dětí?**

Řešení: Jedná se o čtyřčlennou kombinaci z 20-ti prvků.



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**4. Ze sedmi žen a deseti mužů se má sestavit pěti-členné družstvo, ve kterém jsou právě 2 ženy. Urči počet způsobů sestavení takového družstva.**

Řešení: Nezáleží na pořadí, jedná se o kombinace. Dvě ženy ze sedmi lze vybrat kombinací , zbývající tři muže kombinací . Pěti-členné družstvo se tedy dá sestavit:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**5. Urči počet možných týmů z příkladu 22., kde jsou ve družstvu minimálně tři ženy.**

Řešení: V takovém družstvu jsou ženy právě tři, nebo právě čtyři, nebo je jich právě pět. Výsledný počet variant sestavených družstev tedy je:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**6. Jirka a David jsou sběratelé známek. Jirka má 8 známek, o které má David zájem a David vlastní 9 známek, o které má Jirka zájem. Kolika možnými způsoby si mohou mezi sebou vyměnit 5 známek?**

Řešení: Nezáleží na pořadí, jedná se o kombinace. Počet možností výběru pěti známek je u Jirky , u Davida . Součinem těchto dvou kombinací získáme celkový počet variant výměny pěti známek:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**7. Do třídy chodí 15 chlapců a 11 dívek. Urči, kolika způsoby se mohou rozdělit do dvojic tak, aby v každé dvojici byla jedna dívka a jeden chlapec.**

Řešení: Tvoříme dvoučlenné kombinace z celkového počtu studentů, od nich odečteme páry, které tvoří dívky spolu a páry, které spolu tvoří chlapci:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**8. Do dárkového koše byly dány tři kosmetické produkty. Bylo na výběr mezi pěti typy těchto produktů, přičemž nezáleželo na tom, zda se produkty opakují, či nikoli. Kolik možných dárkových košů šlo z těchto pěti různých produktů vytvořit?**

Řešení: Nezáleží na pořadí, jde o kombinace s opakováním. Obecný vzorec:

 , kde k je k-členná kombinace s opakováním z n prvků.

Pro náš případ: 

Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**9. Ze sáčku poslepu vytahujeme bonbóny, které mají tři různé příchutě. Urči, kolika způsoby můžeme vytáhnout 6 bonbónů v případě, že od každé příchutě jich je v sáčku minimálně šest.**

Řešení: Nezáleží na pořadí, jde o šestičlennou kombinaci ze tří prvků s opakováním:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**10. Urči počet možných způsobů vytažených bonbónů z předchozího příkladu v případě, že v sáčku je pouze 5 bonbónů od každé příchutě.**

Řešení: Od předchozího řešení stačí odečíst případy, které nemohou nastat, to je:

Vytažení šesti stejných bonbónů od každé příchutě, to znamená tři případy.

Počet možných způsobů vytažení bonbónů je tedy: 

Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**11. V restauraci mají čtyři různé polévky. Kolika způsoby lze nalít pět talířů polévky, je-li všech dostatek?**

Řešení: Jedná se o pětičlennou kombinaci s opakováním ze čtyř prvků:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 





**12. Kolika možnými způsoby můžeme nalít pět talířů polévek z předchozího zadání, pokud dvě z nich stačí pouze na čtyři talíře?**

Od celkového počtu polévek v případě, že by jich byl všech dostatek, jak je řešeno v předchozím příkladě, odečteme varianty, které nemohou nastat, a to varianta, kdy bychom chtěli nalít 5 talířů té polévky, která už vystačí pouze na 4 talíře. Takové polévky jsou tam dvě, tudíž odečteme dvě varianty. Pro tento případ existuje variant:



Správné řešení: 

Další nesprávné možnosti: 



