Soukromá Obchodní Akademie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

438 01 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební**  **materiál - I A1** | **Tématická oblast -**  **Výroková logika**  **- teorie** |
| Název předmětu nebo činnosti | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav NOVÁK, Mgr. |
| Název práce | **Výroková logika**  **TEORIE** |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 1. ročník |
| Očekávaný výstup | pochopení základních pojmů výrokové logiky |
| Použité programové vybavení |  |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |

**Logika** je slovo pocházející z řeckého logos, což znamená slovo či smysluplnou řeč. V samostatnou disciplínu se vyvinula velmi dávno, dokonce dříve než aritmetika či geometrie. Původně představovala jakési "zákony myšlení". Do počátku 20. století byla poměrně nepřesná, pak začíná matematizování logiky.

**Matematická logika** je tedy část logiky, která je matematicky formalizovaná a která se používá v matematice.

*Poincaré : " Logika je nástrojem důkazu, jen ona dává jistotu !*

*Intuice je nástrojem objevu. "*

**Výrok** je tvrzení, o kterém můžeme jednoznačně prohlásit, zda je pravdivé či nepravdivé.

Každý výrok může nabývat dvou pravdivostních hodnot. Je-li **výrok pravdivý**, přiřazujeme mu pravdivostní hodnotu **1**, **nepravdivému výroku** přísluší pravdivostní hodnota **0.**

Tvrzení, o němž nejsme schopni v daném okamžiku říci, zda je pravdivé či nepravdivé, se nazývá **hypotéza ( domněnka ).**

Výroky označujeme velkými písmeny latinské abecedy, tedy A, B, C, ....

Do abecedy výrokového počtu patří výrokotvorné **funktory.** To jsou výrazy, pomocí nichž z daných výroků tvoříme výroky nové. Pro nejužívanější funktory používáme znaky

**´ ,**  **,**  **,**  **,** 

a postupně je nazýváme

negace , konjunkce , disjunkce, , implikace a ekvivalence.

Výroky se dělí na jednoduché a složené. Elementární výrok je výrok, který neobsahuje žádný funktor. Složené výroky vznikají z jednoduchých jejich spojováním pomocí tzv. logických spojek.

V matematice používáme i následující pojmy :

**konstanta =** jakýkoli symbol, který označuje jeden předmět. **proměnná** = výraz, který neoznačuje jednu věc, ale lze za něj dosadit název určité věci a určité množiny.

**kvantifikátor** = výraz, který označuje počet nebo množství.

V matematice jsou důležité kvantifikátory "všichni", "každý", "žádný", "aspoň jeden", "právě jeden". Pro manipulaci s nimi zavádíme symboly

, , které po řadě nazýváme

**obecný** a **existenční kvantifikátor.**

**Výroková forma** = výraz, který vznikne, jestliže ve výroku některý název, číslo, apod. nahradíme písmenem x, y, ... , zvaným proměnná. Rozlišujeme názvové proměnné, číselné proměnné, apod.. Výrokové formy mohou obsahovat jednu i více proměnných.

*Výrokové proměnné jsou např. : Město x leží na Moravě.*

*Číslo y je dělitelné pěti.*

*x.y = 0*

Pozn. : Výrokem není rozkazovací a tázací věta v češtině (pro nás Čechy) ani tvrzení, kde je aspoň jedno prázdné místo (proměnná).

*Tedy : 5 > 2 je výrok, dokonce pravdivý výrok.*

*x - 2 = 5 není výrok, ale výroková forma ve tvaru rovnice.*

Výroková forma není výrok. Výrokem se stane až, když za proměnné dosadíme příslušné hodnoty, konstanty.

Spojením kvantifikátoru s výrokovou formou téže proměnné získáváme **kvantifikované výroky.** Pokud výroková forma neobsahuje další proměnné, kvantifikovaný výrok se stává výrokem. Aby tento kvantifikovaný výrok byl úplný , je třeba uvést množinu těch prvků x, jejichž názvy má smysl do příslušné výrokové formy dosazovat. Tato množina se nazývá **obor proměnnosti** dané výrokové formy.

V matematice používáme čtyřprvkovou výrokovou logiku.

Spojování výroků spojkou **a** se nazývá **konjunkce** a označuje se A ^ B. Spojování výroků spojkou **nebo** se nazývá **disjunkce** a značí se

Spojování výroků spojkou **jestliže, pak** se nazývá **implikace** a označuje se Spojování výroků spojkou **právě tehdy, když** se nazývá **ekvivalence** a značí se 

Evivalence je oboustranná implikace. Ekvivalence u výroků nahrazuje rovnost.

V matematice se tedy používá rovnost výroků (), rovnost výrazů ( = ), popřípadě totožnost v geometrii.

Konjunkce, disjunkce, implikace a ekvivalence jsou základní **operace s výroky**. Ke každému složenému, ale i jednoduchému, výroku můžeme vytvořit i jeho **negaci**. Negaci výroku A budeme označovat **A´** .

**Základní výroky** ( vznikají použitím pouze jediné logické spojky ) definujeme pomocí tzv.

**tabulky pravdivostních hodnot.**

**DEFINICE :**

**A B A´ B´**   

**1 1 0 0 1 1 1 1**

**1 0 0 1 0 1 0 0**

**0 1 1 0 0 1 1 0**

**0 0 1 1 0 0 1 1**

Konjunkce je pravdivá právě tehdy, když jsou oba výroky pravdivé.

Disjunkce je pravdivá právě tehdy, když je aspoň jeden výrok pravdivý.

Implikace je nepravdivá pouze tehdy, jestliže ze správného předpokladu vyplývá nesprávný závěr.

Ekvivalence je pravdivá právě tehdy, když jsou oba výroky pravdivé, nebo oba nepravdivé.

Existuje ještě vylučovací nebo. Spojování výroků touto formou se nazývá **alternativa.**

Alternativa je pravdivá právě tehdy, když je pravdivý právě jeden z výroků.

**Negace složených výroků :**

**(** **)´** 

**(** **)´** 

**(** **)´** 

**(** **)´**  **(** **) nebo (** **)**

Negace konjunkce je rovna disjunkci negací.

Negace disjunkce je rovna konjunkce negací.

Negace implikace je rovna konjunkci předpokladu a negace tvrzení.

**př.:** ( půjde tam Adam a Berta )´ ( nepůjde tam Adam nebo tam nepůjde Berta )

( půjde tam Adam nebo Berta )´ ( nepůjde tam Adam a nepůjde tam B )

( jestliže tam půjde Adam, pak tam půjde Berta )´

( Adam tam půjde a Berta tam nepůjde )

Výrazy vytvořené z konečného počtu výrokových proměnných a logických spojek, případně závorek, se nazývají **výrokové formule.**

Výrokové formule, které jsou vždy pravdivé, se nazývají **tautologie.**

Výrokové formule, které jsou vždy nepravdivé, se nazývají **kontradikce.**

Výroky vzniklé kvantifikací všech proměnných ve výrokové formuli se nazývají **výroky s kvantifikátory.**

**Negace výroků s kvantifikátory :** negovat musíme nejen výrokovou formu, ale i kvantifikátor

**př.:** ( nepůjde tam nikdo ) ´  půjde tam aspoň jeden

( půjde tam aspoň pět )´  půjdou tam nejvýše čtyři

( pro každé x reálné platí, že jeho druhá mocnina je vždy nezáporná )´ 

( existuje aspoň jedno reálné x, pro které platí, že jeho druhá mocnina je záporná )