Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

43801 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál – I A15** | **Tématická oblast** |
| Název předmětu | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav Novák, Mgr. |
| Název práce |  |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 4. ročník |
| Očekávaný výstup | **Variace a permutace bez opakování** |
| Použité programové vybavení | Poznání o jakou kombinatorickou úlohu se jedná a užití správných vztahů pro výpočet variací a permutací bez opakování |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |

**Připomenutí si teorie :**

**VARIACE**

**k- té třídy z n prvků**

**jsou skupiny po k prvcích vybírané z n-prvkové množiny**

**tak, že**

**NA POŘADÍ PRVKů při výběru**

**ZÁLEŽÍ**

**PERMUTACE**

**jsou variace pro n k**

**Permutace z n prvků** jsou tedy skupiny po n prvcích vybírané z n – prvkové množiny tak, že na pořadí prvků záleží.

**Variace k – té třídy z n – prvků jsou uspořádané k – tice z n – prvkové množiny.**

**Počet permutací z n prvků** se označuje **P(n)** a vypočítá se podle vzorce : **P(n) = n!**

**n!** se nazývá **n – faktoriál** a definuje se takto :

**n! = n. (n-1). (n-2). (n-3).** ……… **. 1**

**Pozor : 0! = 1**

**1! = 1 2! =** 2.1 = **2 3! =** 3.2.1 = **6 4! =** 4.3.2.1 = **24**

**5! =** 5.4! = **120 6! =** 6.5! = **720 7! =** 7.6! = **5040** atd.

**Počet variací k – té třídy z n prvků** se označuje **(n)** nebo **V(k, n)** a vypočítá se podle vztahu

**V(k, n) = = .k!**

*viz př. 2 : V(2, 8) =*  = 8.7 = **56**

**Příklady :**

**1. V soutěži o medaile spolu soupeří Němec, Španěl, Rus, Švéd a Čech. Kolik je možných variant rozdělení medailí?**

**Řešení** pomocí variací - záleží na pořadí. Jde o tříčlennou variaci z pěti prvků:



**Správné řešení**: **60**

Další nesprávné možnosti: 





**2. V kolika případech soutěže z příkladu 1 může získat medaili Čech?**

**Řešen**í: Čech může být na třech různých medailových pozicích. Zbývající dvě místa mohou obsadit další 4 členové soutěže - dvoučlenná variace ze čtyř prvků:



**Správné řešení:**  **36**

Další nesprávné možnosti: 





**3. Kolik existuje možných způsobů rozdělení medailí v soutěži z příkladu 1 v případě, že Rus je na 1. místě?**

**Řešení**: Vyřeší se možnosti rozdělení zbývajících dvou medailí - dvoučlenná variace ze čtyř prvků:



**Správné řešení**: **12**

Další nesprávné možnosti: 





**4. V kolika případech soutěže z příkladu 1 Čech nezíská zlatou medaili?**

**Řešení**: Vezme se celkový počet možných případů a odečte se počet případů, ve kterých Čech vyhraje zlatou medaili :



**Správné řešení**: **48**

Další nesprávné možnosti: 





**5. Kolik lichých dvouciferných čísel existuje?**

**Řešení**: Na místě desítek může být 9 číslic 1-9. Na místě jednotek pak pouze liché číslice, těch je 5. Lichých dvouciferných čísel tedy existuje:



**Správné řešení:**  **45**

Další nesprávné možnosti: 





**6. Kolik existuje takových čtyřciferných čísel, ve kterých se každá číslice vyskytuje maximálně jednou?**

Řešení: Na prvním místě může být libovolná z devíti číslic 1 až 9 a na každém dalším místě je o jednu možnost méně, a to o číslici, která je již použita. Jedná se o variace bez opakování:



Správné řešení: **3024**

Další nesprávné možnosti: 





**7. Urči počet prvků, ze kterých lze vytvořit 210 dvoučlenných variací.**

Řešení: Obecný vzorec pro variace je:



Pro tuto úlohu:









Správné řešení: **15**

Další nesprávné možnosti: 





**8. Zmenší-li se počet prvků o 3, zmenší se počet tříčlenných variací o 816. Urči původní počet prvků.**

Řešení:













Správné řešení: **12**

Další nesprávné možnosti: 





**9. Na zahradě je pět psů, každý jiného plemene. Uvnitř domu je 13 lidí, mezi kterými jsou majitelé těchto psů. Víme, že žádný z nich nevlastní více, než jednoho psa. Kolik existuje možných způsobů rozdělení majitelů k těmto psům?**

Řešení: Jde o pětičlennou variaci ze 13-ti prvků:



Správné řešení: **154440**

Další nesprávné možnosti: 





**10. Rodiny A,B,C a D si kupují zájezd. Mají na výběr 6 destinací v Itálii a 4 v Rakousku, v každé destinaci je místo pouze pro jednu rodinu. Urči, kolika způsoby bylo možné rozdělit zájezdy.**

Řešení: 

Správné řešení: **5040**

Další nesprávné možnosti: 





**11. Urči, kolika způsoby bylo možné rozdělit dovolené z příkladu 10 rodinám tak, že rodina A a B ji tráví v jiné zemi.**

Řešení: Rodina A si může vybrat ze šesti destinací v Itálii, poté si rodina B může vybrat ze čtyř destinací v Rakousku, rodina C si vybírá ze zbylých destinací, kterých je už po zabrání dvou destinací rodinami A a B osm a na rodinu D už zbývá výběr pouze ze sedmi destinací. Druhá varianta je taková, že rodina A si vybírá ze čtyř destinací v Rakousku a rodina B ze šesti v Itálii. Zbylé rodiny mají stejný výběr jako v předchozí variantě. Výsledný počet možností je součet těchto dvou variant.



Správné řešení: **2688**

Další nesprávné možnosti: 





**12. Kolika způsoby si rodiny z příkladu 10 mohli rozdělit dovolené tak, že právě jedna ji trávila v Itálii?**

Řešení: Pro případ, že rodina A stráví dovolenou v Itálii, ostatní tři rodiny si mohou dovolené v Rakousku rozdělit takto: . Rodina A si může vybrat ze šesti možností, proto celkový počet možností vybrání dovolených pro případ, že právě rodina A ji stráví v Itálii, je: .Toto platí i v případě, že v Itálii stráví svou dovolenou jiná ze čtyř rodin. Proto celkový počet možností je:



Správné řešení: **576**

Další nesprávné možnosti: 





**13. Urči počet možných pořadí v cíli osmi závodících automobilů s čísly 1 až 8.**

Řešení: Jde o permutace ze šesti prvků: 

Správné řešení: **40320**

Další nesprávné možnosti: 





**14. Urči počet všech možných pořadí z příkladu 13, kdy závodník číslo 1 skončí v cíli za závodníkem číslo 8.**

Řešení: Počet umístění, kdy číslo jedna skončí za číslem 6 musí být stejný, jako počet umístění, kdy je tomu právě naopak. Proto je řešením právě polovina celkovým možných umístění:



Správné řešení: **20160**

Další nesprávné možnosti: 





**15. Urči počet všech možných umístění z příkladu 13, kdy se závodník číslo 3 umístí ihned za závodníkem číslo 1.**

Řešení: Jelikož musí být číslo 3 hned za číslem 1 v jakémkoli možném pořadí, můžeme si je spolu představit jako jeden prvek v permutaci, tudíž dostaneme permutaci ze sedmi prvků. Řešením je:



Správné řešení: **5040**

Další nesprávné možnosti: 





**16. Urči, kolika způsoby se může do řady postavit 9 dětí, jestliže dvě chtějí být vedle sebe?**

Řešení: Dvě děti, co chtějí stát vedle sebe, budeme považovat za jeden prvek a výsledný počet způsobů vynásobíme dvěma, protože dvě děti, co chtějí stát vedle sebe, mohou stát dvojím způsobem (jeden vpravo, druhý vlevo a obráceně).



Správné řešení: **80640**

Další nesprávné možnosti: 





**17. Urči počet prvků tak, aby se při jejich zvětšení o 3 zvětšil počet jejich permutací 336x.**

Řešení: , po zkrácení: 

, abychom nemuseli řešit složitou rovnici, hledáme tři po sobě jdoucí čísla, jejichž součin je 336. Tato čísla jsou: 8,7 a 6:



Správné řešení: **5**

Další nesprávné možnosti: 





**18. Kolik existuje šesticiferných čísel tvořených číslicemi 0,1,2,3,4 a 5 takových, že se v něm každá číslice vyskytuje právě jednou?**

Řešení: Jedná se permutace ze šesti prvků s tím, že musíme odečíst veškeré varianty, které začínají nulou, což jsou permutace z pěti prvků:



Správné řešení: **600**

Další nesprávné možnosti: 





**19. Urči počet všech přirozených čísel menších než 400, které se skládají pouze z číslic 2,4,6 a 8 a kde je každá z nich použita maximálně jednou.**

Řešení: Hledáme možná jednociferná, dvouciferná a trojciferná čísla. Počet možných jednociferných čísel je . Počet možných dvouciferných čísel je: . U trojciferných čísel může být na prvním místě pouze číslice 2, to znamená, že hledáme pouze dvoučlenné variace ze tří prvků: . Výsledný počet všech přirozených čísel je:



Správné řešení: **22**

Další nesprávné možnosti: 





**20. V obchodě je pět různých bílých čepic a pět různých černých čepic. Čtyři zákazníci chtějí černou čepici, tři chtějí bílou a zbývajícím třem je to jedno. Urči, kolika způsoby si mohou čepice koupit.**

Řešení: Počet způsobů, jakým si čtyři zákazníci mohou koupit černou čepici, je: .

Počet způsobů, jakým si tři zákazníci mohou koupit bílou čepici, je:  a

počet způsobů, jakým si zbývající tři zákazníci mohou koupit zbývající čepice, je: 

Celkový počet způsobů, jakým si mohou zákazníci čepice koupit, získáme součinem všech částí:



Správné řešení: **43200**

Další nesprávné možnosti: 





**21. Ze sedmi aut lišících se pouze barvou, z nichž jsou 4 červené, 1 modré, 1 černé a 1 stříbrné, máme zaparkovat 4 vedle sebe. Kolika způsoby to lze provést?**

Řešení: Počet variant:

Pro možnost 3 červených a jednoho jiného: Jsou čtyři možná místa, kam auto s jinou než červenou barvou zaparkovat. Počet aut s jinou barvou je 3. Proto pro tuto možnost existuje počet variant: 

Pro možnost 2 červených a dvou jiných: … Dvoučlenná variace ze čtyř prvků - dvěma autům různé barvy přiřazujeme některá ze čtyř míst. Jsou tři různé možnosti pro volbu dvou různých barev aut, proto je dvoučlenná variace ze čtyř prvků vynásobená třemi, červená auta doplňují zbylá dvě místa.

Pro možnost 1 červeného auta: Vedle sebe jsou zaparkována auta všech barev, každé právě jednou. Možné varianty řešení: 

Poslední možnost je taková, že všechny zaparkovaná auta vedle sebe mají barvu červenou.

Celkový počet variant možných způsobů zaparkování aut je součet všech jednotlivých variant:



Správné řešení: **73**

Další nesprávné možnosti: 





**22. Kolik existuje možností hodu dvěma kostkami tak, že alespoň na jedné z nich padne šestka?**

Řešení: možné varianty: 6,1; 6,2; 6,3; 6,4; 6,5;

1,6; 2,6; 3,6; 4,6; 5,6; 6,6.

Existuje 11 hodů, ve kterých se nám podaří alespoň na jedné z těchto kostek hodit číslo 6.

Správné řešení: **11**

Další nesprávné možnosti: 





**23. Během čtyř dnů se mají v TV vysílat 3 různé pohádky A, B, C. Kolik je variant jejich vysílání.**

Řešení: Permutace ze čtyř prvků bez opakování:



Správné řešení: **24**

Další nesprávné možnosti: 



