**Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.**

Svatováclavská 1404

Žatec

438 01

IČO: 25124811

DIČ: CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál:** | **Tematická oblast:** |
| **Název předmětu nebo činnosti:** | MATEMATIKA |
| **Jméno, příjmení, titul autora:** | Miloslav Novák, Mgr. |
| **Název práce:** | **II A13 – Exponenciální a logaritmická funkce - T** |
| **Stupeň a typ vzdělávání:** | středoškolské vzdělání |
| **Pracovní skupina – třída:** | 3. ročník |
| **Očekávaný výstup:** | žák umí použít znalosti o inverzní funkci k definování funkce logaritmické pomocí funkce exponenciální; umí vypočítat logaritmus čísel; charakterizuje dekadický a přirozený logaritmus |
| **Datum vytvoření materiálu:** | srpen 2012 |

**Exponenciální funkce**

**Exponenciální funkce**

je každá funkce, která se dá zapsat ve tvaru

**Grafem exponenciální funkce** je **exponenciála** (exponenciální křivka).

Exponenciála vždy prochází bodem , protože .

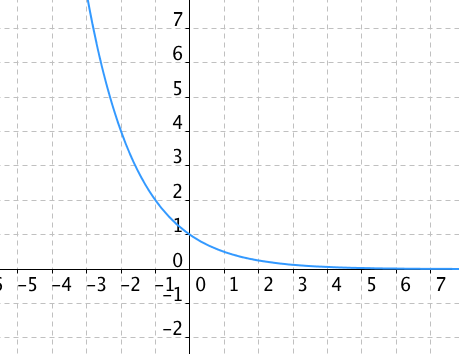
Exponenciála má průběh rostoucí pro , klesající pak pro .

*Abychom dokázali sestrojit grafy exponenciálních funkcí, musíme dokonale znát počítání s mocninami.*

*Zopakujme si pro nás nyní to nejdůležitější:*

*Zkusme sestrojit graf „těžší“ funkce:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |



**Graf funkce**

Jistě nyní sami snadno sestrojíte graf funkce „jednodušší“ **.**

Určitě už nyní je vám zřejmé, že oba grafy (s převrácenými hodnotami základů mocnin) jsou souměrné podle osy y.

**Poznámka:**

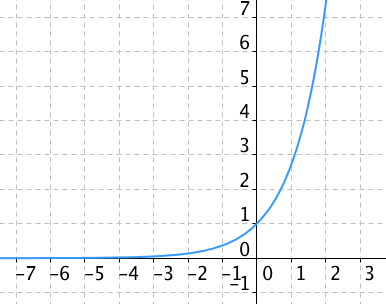
Graf exponenciální funkce protíná přímku většinou ve dvou bodech.

Zajímavou může být otázka, zda graf exponenciální funkce nemůže mít s uvažovanou přímkou jediný bod společný.

Jistý pan EULER přišel na to, že ano. A to tehdy, když

Toto číslo se označuje a nazývá se **Eulerovo číslo.** Eulerovo číslo patří mezi čísla iracionální, čísla s neukončeným desetinným rozvojem.

**Zvláštním případem exponenciální funkce je tedy funkce ve tvaru**



**Graf exponenciální funkce:**

**Vlastnosti exponenciální funkce**

Exponenciální funkce je omezená zdola, shora omezená není.

Exponenciální funkce nemá extrémy; nemá maximum ani minimum.

Průběh exponenciální funkce závisí na hodnotě .

*Krásným příkladem exponenciální závislosti je* ***časový průběh radioaktivní přeměny:***

*Levá strana rovnice představuje aktivitu zářiče v obecném čase; první činitel na pravé straně*

*Aktivitu zářiče na počátku, tedy v čase nula.*

***Aktivita zářiče vyjadřuje počet radioaktivních přeměn za jednotku času (sekundu).***

*Jednotkou aktivity je* ***becquerel (Bq).*** *1 Bq odpovídá jedné přeměně za jednu sekundu.*

*Aktivita zářiče s časem klesá. Dobu, za kterou klesne aktivita zářiče na polovinu, charakterizuje tzv.* ***poločas přeměny (rozpadu).***

*Zkuste sami přijít na další příklady exponenciálního poklesu či růstu.*

**Logaritmická funkce**

je každá funkce **inverzní k**některé **exponenciální.**

*Několik zajímavých vět pro zopakování a pochopení tématu:*

*Grafy funkcí dané a funkce k ní inverzní jsou vždy souměrné podle přímky .*

*Funkce daná a funkce k ní inverzní mají vyměněné definiční obor a obor hodnot.*

**Logaritmická funkce**

je každá funkce daná předpisem

Čteme: „y je logaritmus x při základu a“(x je logaritmované číslo)

**Vlastnosti logaritmické funkce**

**Logaritmovat lze jen kladná čísla!**

Logaritmická funkce není omezená; není totiž omezená ani zdola ani shora.

Logaritmická funkce nemá extrémy; nemá maximum ani minimum.

Průběh exponenciální funkce závisí na hodnotě .

**Z matematických operací lze logaritmovat jen součin, podíl, mocninu a odmocninu.**

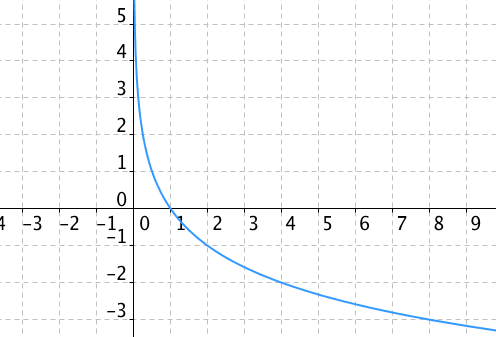
Věty o logaritmování za chvíli, nyní ještě grafy.

**Grafem logaritmické funkce** je **logaritmická křivka**.

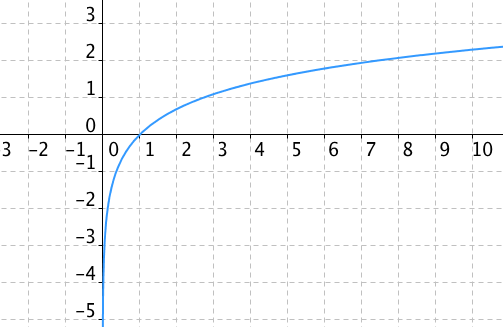
Logaritmická křivka vždy prochází bodem .

Logaritmická křivka má průběh rostoucí pro , klesající pak pro .

*Obrázek: Graf logaritmické funkce pro .*



*Obrázek: Graf logaritmické funkce pro .*



**Graf logaritmické funkce:**

V posledním případě se dokonce jedná o graf zvláštní logaritmické funkce, a to logaritmické funkce s přirozeným základem e.

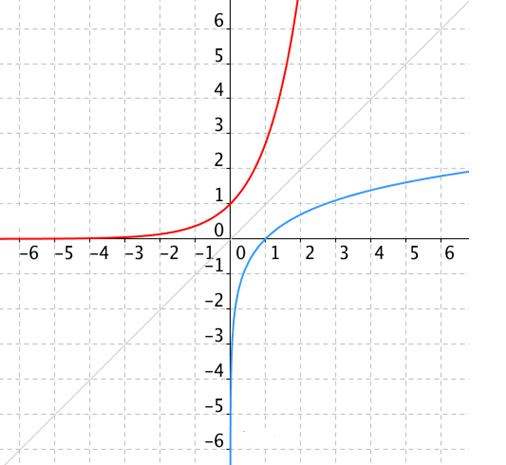
Taková funkce se nazývá **přirozený logaritmus** a označuje

„Zajímavé“ funkce

si připomeňme ještě jednou na následujícím obrázku.

.

Na obrázku je krásně vidět souměrnost obou navzájem inmverzních funkcí podle přímky .

****

**Definice logaritmu**

Logaritmus je exponent, kterým musíme umocnit základ, abychom dostali logaritmované číslo.

**Příklady:**

Už víme, že

**logaritmovat můžeme jen kladná čísla.**

Nyní je nám zřejmější i obor hodnot. Výsledkem logaritmování může být libovolné číslo.

Zajímavost z uvedených příkladů vyplývající:

**Jestliže je základ logaritmu i logaritmované číslo větší než jedna, nebo leží-li obě hodnoty mezi nulou a jedničkou, je výsledek logaritmu KLADNÝ.**

**Jestliže je základ logaritmu větší než jedna a logaritmované číslo leží mezi nulou a jedničkou, nebo právě naopak, je výsledek logaritmu ZÁPORNÝ.**

**Věty o logaritmování**(bez předpokladů)

„Logaritmus součinu je roven součtu logaritmů o stejném základu“

„Logaritmus podílu je roven rozdílu logaritmů dělence a dělitele při stejném základu“

„Logaritmus mocniny je exponent krát logaritmus základu mocniny při témže logaritmickém základu“

*Protože platí:*

Kromě logaritmu obecného, a už známého logaritmu přirozeného, známe ještě

logaritmus dekadický.

**Dekadický logaritmus**

je logaritmus se základem deset.

Zápis:

**Příklady:**

**Vztahy mezi logaritmy** (bez předpokladů)