Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

43801 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál – II B13** | **Tématický celek** |
| Název předmětu | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav Novák, Mgr. |
| Název práce | **Kvadratické rovnice** |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 1. ročník |
| Očekávaný výstup | schopnost řešit různé typy kvadratických rovnic |
| Použité programové vybavení |  |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |

**Kvadratická rovnice je rovnice, kterou lze upravit na tvar : a** , kde a, b, c, a 0

**a.** je kvadratický člen, **b. x** je lineární člen a **c** absolutní člen kvadratického trojčlenu.

**a** se nazývá koeficient u kvadratického, **b** koeficient u lineárního členu.

Podle hodnot koeficientů rozlišujeme tři druhy kvadratické rovnice :

a) **Kvadratická rovnice bez absolutního členu**

**a. + b. x = 0**

Rovnici řešíme vytýkáním a převedením na tzv. součinový tvar.

Obecně : x . = 0

x = 0 v  x = -

Kvadratická rovnice bez absolutního členu má vždy dva reálné kořeny, jeden z nich je přitom nulový.

b) **Kvadratická rovnice bez lineárního členu = ryze kvadratická rovnice**

**a. + c = 0**

Tato rovnice má buď dva kořeny, kterými jsou čísla navzájem opačná, nebo řešení v R vůbec nemá.

V oboru reálných čísel má tato rovnice řešení pouze tehdy, platí-li, že **a . c**

= -

**=**

Mají-li koeficienty a, c stejná znaménka, rovnice v oboru reálných čísel řešení nemá.

Uvedené kvadratické rovnice jsou příklady tzv. neúplné kvadratické rovnice.

c) Jestliže koeficient u kvadratického členu je různý od 1 a současně součin zbývajících členů není nula, pak mluvíme o **úplné kvadratické rovnici.**

Úplnou kvadratickou rovnici můžeme metodou „doplnění na čtverec“ převést na součinový tvar a řešit pak již známou metodou. Provedeme-li doplnění na čtverec u obecné úplné kvadratické rovnice, dostaneme **vzorec pro kořeny kvadratické rovnice.**

**Výraz ac** se označuje **D** a nazývá se **diskriminant kvadratické rovnice.** Hodnota diskriminantu rozhoduje totiž o počtu řešení dané rovnice.

**D rovnice má dva různé reálné kořeny**

**D = 0 rovnice má jeden dvojnásobný kořen**

**D 0 rovnice NEMÁ v oboru reálných čísel ŘEŠENÍ (** v oboru čísel komplexních bude mít dva komplexně sdružené kořeny **).**

Zvláštním případem kvadratické rovnice je tzv. **normovaná kvadratická rovnice.** Ta má tvar

**= 0 ,** pro p. q různé od nuly.

*Poznámka :*

Je-li kořen kvadratické rovnice, pak výraz se nazývá **kořenový činitel** a

a.= 0 = a.. je rozklad kvadratického trojčlenu na součin kořenových činitelů.

Jsou-li , kořeny kvadratické rovnice úplné či kvadratické rovnice v normovaném tvaru, pak mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice platí tzv. **VIETOVY VZORCE :**

**. =** resp. **. = q**

**- + = - p**

**Jednoduché příklady řešení :**

a) **2- 6x = 0** b1)  **– 16 = 0** b2)  **+ 16 = 0**

2x.(x – 3) = 0 = 16 = - 16

x = 0 v x = 3 = =

**P = = 4 P =**

c) **2 – x – 3 = 0**

a = 2 , b = - 1 , c = - 3

D = – 4ac = 1 + 24 = 25

= 5

=  **= v = - 1**

**P =**

**Vhodné znát :**

***-= ( A + B ) . ( A – B )***

***Odmocňovat lze jen NEZÁPORNÁ ČÍSLA ! Odmocnina z není x, ale absolutní hodnota z x.***

**Příklady :**

**TEST A1 : Řešte kvadratické rovnice v oboru reálných čísel :**

**1) 6 + 9x = 0**

**2) 36 = 81**

**3) 25 + 16 = 0**

**4) = 36**

**5) + 5x - 84 = 0**

**6) 2 - 7x - 30 = 0**

**Správné řešení : 1) 0 ; -**

**2)**

**3)**

**4) -8 ; 4**

**5) -12 ; 7**

**6) - ; 6**

Postup : ad 1) rovnice bez absolutního členu, vytýkáme (3x)

3x.(2x + 3) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

**x = 0 v  x = -1,5**

ad 2) rovnice ryze kvadratická, anulujeme

36 – 81 = 0 ; rozklad podle vzorce

(6x – 9).(6x + 9) = 0

**x = 1,5**

ad 3) 25 = - 16

= - ; druhá mocnina je vždy nezáporná

**P = ( oborem pravdivosti je prázdná množina )**

ad 4) odmocníme

= 6

v ( x ; -2 ) = 6 ( vzdálenost x od -2 je rovna šesti )

x = -2 **– 6 v**x = -2 **+ 6**

**x = -8 v  x = 4**

ad 5) kvadratický trojčlen rozložíme

(x + 12).(x – 7) = 0 ; řešíme rovnici v součinovém tvaru

**x = -12 v  x = 7**

ad 6) řešíme podle vzorce

= =

**X = 6 v  x = -**

**TEST B1** : **Řešte kvadratické rovnice v R :**

**1)** **9 - 6x = 0 2) 25 = 16**

**3) 36 + 81 = 0**

**4) = 49**

**5) - 3x - 88 = 0**

**6) 3 + 11x - 4 = 0**

**Správné řešení : 1) 0 ;**

**2) 4**

**3)**

**4) -4 ; 10**

**5) -8 ; 11 6) -4 ;**

Postup : ad 1) vytýkáním převedeme rovnici na rovnici v součinovém tvaru

3x.( 3x – 2) = 0

**x = 0 v  x =**

ad 2) odmocníme

= 4 ; **x =**

ad 3) = - 81 ; druhá mocnina nemůže být nikdy záporná

**P =**

ad 4) odmocníme

= 7

v (x ; 3) = 7 ; vzdálenost x od 3 je sedm

x = 3 – 7 v  x = 3 + 7

**x = - 4 v  x = 10**

ad 5) rozložíme

(x – 11).(x + 8) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

**x = 11 v  x = - 8**

ad 6) řešíme podle vzorce

= =

**x = v  x = -4**

**TEST A2 : Řešte následující bikvadratické rovnice :**

**1) 2 - 162 = 0**

**2) - 16 = 0**

**3) - 2 - 15 = 0**

**4) - 13 + 36 = 0**

**Správné řešení : 1) 3**

**2) 0 ; 4**

**3)**

**4) 2 ; 3**

Postup : ad 1) vytkneme dvojku a postupně rozkládáme

2.( – 81) = 0

2.( + 9).( – 9) = 0

2.( + 9).(x + 3).(x – 3) = 0

součet druhých mocnin nikdy nemůže být nulový

**x = -3 v  x = 3**

ad 2) vytkneme a dvojčlen poté rozložíme podle vzorce

.( – 16) = 0

.(x + 4).(x – 4) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

**x = 0 v  x = -4 v  x = 4**

ad 3) použijeme **substituce = y**

– 2y – 15 = 0 ; kvadratická rovnice s neznámou y

(y – 5).(y + 3) = 0

y = 5 v  y = -3

návrat k substituci

= 5 v = -3

**x =**

ad 4) opět **substituce = y**

– 13y + 36 = 0 ; kvadratická rovnice s neznámou y

(y – 4).(y – 9) = 0

y = 4 v  y = 9

návrat k substituci

= 4 v = 9

**x = 2 v  x = 3**

**TEST B2 : Řešte následující bikvadratické rovnice :**

**1) 3 - 243 = 0**

**2) - 81 = 0**

**3) + 5 - 36 = 0**

**4) - 29 + 100 = 0**

**Správné řešení : 1) 3**

**2) 0 ; 9**

**3) 2**

4) **2 ; 5**

Postup : ad 1) vytkneme trojku a dvojčlen rozložíme na součin

3.( + 9).(x + 3).(x – 3) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

**x = 3**

ad 2) vytkneme a dvojčlen rozložíme podle vzorce

.(x – 9).(x + 9) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

**x = 0 v  x = 9**

ad 3) použijeme **substituce = y**

+ 5y – 36 = 0 ; kvadratická rovnice s neznámou y

(y + 9).(y – 4) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

y = -9 v  y = 4 = 4

**x = 2**

ad 4) použijeme **substituce = y**

– 29y + 100 = 0

řešíme kvadratickou rovnici s neznámou y pomocí rozkladu na součin

(y – 25).(y – 4) = 0 ; rovnice v součinovém tvaru

y = 25 v  y = 4

= 25 v = 4

**x = 5 v  x = 2**