Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

43801 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál – II B15** | **Tématická oblast** |
| Název předmětu | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav Novák, Mgr. |
| Název práce | **Iracionální rovnice** |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 2. ročník |
| Očekávaný výstup | správné používání vzorců pro umocňování dvojčlenu při řešení iracionálních rovnic ; rozlišení ekvivalentních a důsledkových úprav rovnic ; obhájení řešení iracionální rovnice na základě provedené zkoušky |
| Použité programové vybavení |  |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |
|  |  |

**Iracionální rovnice** jsou rovnice s neznámou pod odmocninou. Iracionální rovnice řešíme tak, že odmocninu odstraníme umocněním obou stran rovnice. Umocnění je někdy nutno opakovat. Získané rovnice a rovnice původní nejsou zpravidla ekvivalentní. **Nedílnou součástí řešení příkladu je tedy zkouška**

Řešení :

a) Vyskytuje-li se v rovnici jen jedna odmocnina s neznámou, výraz s odmocninou osamostatníme a rovnici umocníme. Umocňování rovnice spočívá v tom, že umocňujeme obě strany rovnice zvlášť. (pozor na to, že na druhé straně je většinou dvojčlen nebo dokonce mnohočlen)

b) Vyskytuje-li se v rovnici více odmocnin s neznámou, osamostatníme nejprve jenom jednu z nich (většinou tu „nejsložitější“) a rovnici umocníme. Protože nějaká odmocnina zůstává, musíme tento postup opakovat.

**Ukázkový příklad :**

**Určete obor pravdivosti dané výrokové formy :**

**= x – 2 /**

3x + 4 =

Umocněním se zvětšil definiční obor rovnice, z čehož vyplývá, že se mohl zvětšit i obor pravdivosti

3x + 4 = – 4x + 4

0 = – 7x

0 = x . (x – 7) ; kvadratická rovnice v součinovém tvaru

x = 0 nebo x = 7

V tuto chvíli můžeme říci, že obor pravdivosti je podmnožinou dvojprvkové množiny , tzn., že řešením jsou obě dvě čísla, nebo jedno z nich, nebo rovnice nemá řešení.

**NUTNÁ ZKOUŠKA ! (** dosazujeme samozřejmě do původní rovnice )

x = 0 L(0) = = 2

P(0) = 0 – 2 = -2

L(0) P(0) ……. 0 neleží v oboru pravdivosti

x = 7 L(7) = = 5

P(7) = 7 – 2 = 5

L(7) = P(7) …….. 7P

Závěr : **P =**

**Příklady :**

**1) = 4 – x**

Řešení : celou rovnici umocníme na druhou ; uvědomíme si při tom, že umocňování není ekvivalentní úprava a že na konci budeme muset dělat zkoušku

**Pozor na umocňování pravé strany** – musíme jí umocňovat jako dvojčlen 2x-8 = 16-8x+

anulujeme : -10x – 24 = 0 ; kvadratický trojčlen rozložíme podle Viéta a vyřešíme kvadratickou rovnici jako rovnici v součinovém tvaru : (x – 4).(x – 6) = 0

x = 4 nebo x = 6

**NUTNÁ ZKOUŠKA :** x = 4 0 = 0 ……… 4P

x = 6 2 = -2 …….. 6 neleží v oboru pravdivosti dané rovnice

Správná odpověď : 4

**2) x + = 7**

Řešení : nejprve osamostatníme výraz s odmocninou : = 7 – x ; teprve nyní přistoupíme k umocňování ; pozor si dáme na umocňování dvojčlenu podle vzorce a na závěr nezapomeneme na zkoušku – 35 = 49 – 14x +

14x = 49 + 35 = 84 x = 6

**NUTNÁ ZKOUŠKA :** 6 + = 7 , tj. 7 = 7 6P

Správná odpověď : 6

**3) + = 5**

Řešení : neumocňovat rovnou, výhodnější je si jednu z odmocnin (tu „složitější“) osamostatnit = 5 - , teprve nyní přistoupímek umocňování

Pozor : pravou stranu umocňovat jako dvojčlen , na závěr nutná zkouška

2x + 3 = 25 – 10. + x + 1 ; osamostatníme opět výraz s odmocninou a budeme podruhé umocňovat

10. = 23 – x /

100(x + 1) = 529 – 46x +

100x + 100 = 529 – 46x + ; anulujeme a řešíme kvadratickou rovnici

– 146x + 429 = 0

(x – 3).(x – 143) = 0

x = 3 nebo x = 143

**NUTNÁ ZKOUŠKA!** …….. prakticky zpaměti je zřejmé, že číslo 143 je příliš velké oproti číslu 5 na pravé straně a že řešením rovnice nebude

Zbývá číslo 3 ….

x = 3 + = 5 , tj. 3 + 2 = 5 , odpovídá 3P

Správná odpověď : 3

**4) + = 3**

Řešení : obdoba předchozího příkladu : osamostatnění jedné z obou odmocnin, první umocňování, osamostatnění výrazu s odmocninou, druhé umocňování, zjednodušení, řešení kvadratické rovnice – tentokrát pomocí vzorce

= 3 - /.

= 9 – 6. + 5 – x

= 22 – 4x /:2

= 11 – 2x /.

= 121 – 44x + 4

= 121 – 44x + 4

– 35x + 76 = 0

= = x = = nebo x = 4

**NUTNÁ ZKOUŠKA :**

x = 4 + = 2 + 1 = 3 , odpovídá

x = + = + = + = + = 3 , odpovídá

Správná odpověď : P =

**5) = 2x + 1**

Řešení : umocníme na druhou

4 - = 4 + 4x + 1 ; rovnici zjednodušíme a tím si zároveň osamostatníme vnitřní odmocninu

- = 4x + 1 ; znovu umocníme

2x + 2 = 16 + 8x + 1 ; anulujeme a kvadratickou rovnici řešíme vzorcem

16 + 6x – 1 = 0

= = x = nebo x = -

**NUTNÁ ZKOUŠKA :**

x = - L= = 0 , P = 0 , L=P , odpovídá

x = L= = = = … neexistuje , v P neleží

Správná odpověď : P =

**6) Zvětšíme-li neznámé číslo o 3 a utvoříme druhou odmocninu takto zvětšeného čísla, obdržíme číslo, které je o 9 menší než původní neznámé číslo. Určete toto číslo.**

Řešení : podle zadání vytvoříme rovnici

= x – 9 ; umocníme : x + 3 = – 18x + 81 ; anulujeme : –19x+78 = 0

řešíme pomocí Viéta : (x – 13).(x – 6) = 0 x = 13 nebo x = 6

**NUTNÁ ZKOUŠKA :** Na první pohled je zřejmé, že číslo 6 nevyhovuje ( 6-9 = - 3, odmocnina nemůže být záporná), naproti tomu číslo 13 požadavkům úlohy odpovídá a je tedy řešením.

Správná odpověď : 1