Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

43801 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál – II B16** | **Tématická oblast** |
| Název předmětu | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav Novák, Mgr. |
| Název práce | **Exponenciální rovnice** |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 1. ročník |
| Očekávaný výstup | správná volba způsobu řešení a samotné řešení exponenciálních rovnic |
| Použité programové vybavení |  |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |
|  |  |

**Exponenciální rovnice** jsou rovnice, kdy se neznámá objevuje v exponentu.

Základní věta potřebná k řešení exponenciálních rovnic (zjednodušeně) :

**x = y**

**Mocniny se stejným základem se sobě rovnají, rovnají-li se jejich exponenty.**

**Řešení exponenciálních rovnic :**

**a) převedením na společný základ** (viz předchozí věta)

př. : = 8 x = 3

**b) vytýkáním**

př. : , .3 = 24 , , x = 3

**c) substitucí**

př. :

=

-3y – 40 = 0

(y – 8).(y + 5) = 0

y = 8 nebo y = - 5

= 8 nebo = -5

x = 3

Druhá rovnice nemá řešení (viz exponenciální funkce – exponenciála nemůže nikdy nabývat záporných hodnot).

**d) logaritmováním**

př. : = 5

log = log5

xlog2 = log5

x = ( 2,322 )

Nutno si uvědomit, že : **logaritmovat lze jen kladná čísla**

**z matematických operací lze logaritmovat jen součin, podíl, mocninu a odmocninu** (znát věty o logaritmování – viz logaritmická funkce, logaritmická rovnice)

**Příklady :**

**Řešte následující exponenciální rovnice**

**TEST 1A**

**a) 7. = 63**

Řešení : rovnici vydělíme 7 = 9 x = 2

Správná odpověď : 2

**b) = 32**

Řešení : převedeme na společný základ 2x + 2 = 5 2x = 3 x =

Správná odpověď :

**c) + = 10**

Řešení : vytkneme mocninu s menším exponentem . ( 1 + ) = 10 , upravíme

. 10 = 10 rovnici vydělíme deseti : = 1 protože číslo 1 se dá zapsat jako cokoli na nultou : = x + 1 = 0 x = -1

Správná odpověď : -1

**d) = 625.**

Řešení : převedeme na rovnost mocnin se stejným základem :

násobíme-li mocniny se stejným základem, exponenty se sčítají ; mocniny se stejným základem se sobě rovnají, rovnají-li se jejich exponenty – 6x – 2,5 = 4,5 ; anulujeme – 6x – 7 = 0 ; kvadratickou rovnici řešíme jednoduše převedením na rovnici v součinovém tvaru (x – 7).(x + 1) = 0 x = 7 v x = -1

Správná odpověď : 7 nebo -1

**TEST 1B**

**a) = 81**

Řešení : převedeme na mocniny se stejným základem 2x – 2 = 4 x = 3

Správná odpověď : 3

**b) 5. = 160**

Řešení : celou rovnici vydělíme pěti = 32 ; převedeme na rovnost mocnin se stejným základem x + 2 = 5 x = 3

Správná odpověď : 3

**c)**

Řešení : převedeme na rovnost mocnin se stejným základem umocňujeme-li mocninu, exponenty násobíme

2+10x+6 = +4x-2 ; rovnici anulujeme : + 6x + 8 = 0 ; kvadratickou rovnici řešíme jejím převedením na rovnici v součinovém tvaru (x + 2).(x + 4) = 0 x = -2 v x = -4

Správná odpověď : -2 nebo -4

**d) - = - 120**

Řešení : vytkneme mocninu s menším exponentem : = -120 ; upravíme

. (-24) = -120 ; rovnici vydělíme (-24) x+2 = 1 x = -1

Správná odpověď : -1

**TEST 2**

**a)**

Řešení : převedeme na mocniny se stejným základem : =

umocňujeme-li mocninu, exponenty násobíme :

násobíme-li mocniny se stejným základem, exponenty sčítáme :

6x – 6 = 12x – 20 6x = 14 x =

Správná odpověď :

**b) = 81 . 729**

Řešení : převedeme na mocniny se stejným základem : = ; rovnají-li se základy, pak se musí rovnat i exponenty : ; rovnici vynásobíme výrazem (2x + 3) 3 – x = 10x + 15 11x = -12 x = -

Správná odpověď : -

**c)**

Řešení : nutno logaritmovat :  **;** logaritmus mocniny je roven součinu exponentu a logaritmu základu (2x-3).log3 = (5x-1).log2 ; závorky roznásobíme : 2xlog3 – 3log3 = 5xlog2 – log2 výrazy s neznámou na jednu stranu, vše ostatní na stranu druhou : 5xlog2 – 2xlog3 = log2 – 3log3 na levé straně vytkneme neznámou : x. (5log2 – 2log3) = log2 – 3log3 vyjádříme neznámou : x =

Správná odpověď : x = nebo jiný zápis výsledku: x =

**d)**

Řešení : ; provedeme **substituci = y** -6y + 8 = 0 ; řešíme kvadratickou rovnici pomocí rozkladu kvadratického trojčlenu

(y – 2).( y – 4) = 0 y = 2 v y = 4 vrátíme se k substituci : ,

Tedy x = 1 nebo x = 2

Správná odpověď : 1 nebo 2