Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.

Svatováclavská 1404

43801 Žatec

IČO : 25124811 DIČ : CZ 25124811

|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál – II B17** | **Tématická oblast** |
| Název předmětu | **MATEMATIKA** |
| Jméno, příjmení, titul autora | Miloslav Novák, Mgr. |
| Název práce | **Logaritmické rovnice** |
| Stupeň a typ vzdělávání | středoškolské vzdělávání |
| Pracovní skupina – třída | 3. ročník |
| Očekávaný výstup | správné používání logaritmů a vzorců pro počítání s logaritmy při řešení logaritmických rovnic ; pochopení nutnosti provedení zkoušky |
| Použité programové vybavení |  |
| Použitá studijní literatura |  |
| Použité nebo doporučené www stránky |  |

**Logaritmické rovnice** jsou rovnice s neznámou v  logaritmu.

Základní věta potřebná pro řešení logaritmických rovnic (zjednodušeně) :

**= x = y**

**Logaritmy se stejným základem se sobě rovnají, rovnají-li se logaritmovaná čísla.**

**Logaritmovat lze jen KLADNÁ ČÍSLA, z operací lze logaritmovat jen součin, podíl, mocninu a odmocninu.**

**Věty o počítání s logaritmy :**

**= +**

„Logaritmus součinu je roven součtu logaritmů *se stejným základem*“.

**= -**

„Logaritmus podílu je roven rozdílu logaritmů *se stejným základem“.*

**= n .**

„Logaritmus mocniny je exponent krát logaritmus základu mocniny *při stejném základu*“.

**Definice logaritmu : Logaritmus je exponent, kterým musíme umocnit základ, abychom dostali logaritmované číslo.**

**= y = x**

Nejčastěji pracujeme s tzv. dekadickými logaritmy.

**Dekadický logaritmus** je logaritmus se základem 10. Značí se **logx.**

**logx = ,** log100 = 2 , log10 = 1 , log1 = 0 , log0,1 = -1 , log0,01 = -2 , apod.

Pozn. : *Tzv.* ***přirozený logaritmus (****logaritmus se základem* ***e****)zatím vynecháme.*

Víme, že logaritmovat můžeme jen kladná čísla, proto před samotným řešením rovnice bychom měli nejprve určit její definiční obor. Určení definičního oboru může být však někdy krajně obtížné, často je časově náročnější než samotné řešení rovnice. Většinou tedy od určení definičního oboru upouštíme, ale na konci **MUSÍME PROVÉST ZKOUŠKU !!**

**Příklady :**

**Řešte následující logaritmické rovnice :**

**I. a) log(2x – 1) - log(x – 2) = log3**

Řešení : rozdíl logaritmů je roven logaritmu podílu log = log3

logaritmy se stejným základem se sobě rovnají, rovnají-li se logaritmovaná čísla = 3 ; řešíme lineární rovnici s neznámou ve jmenovateli za předpokladu, že x platí : 2x – 1 = 3x – 6 x = 5

**Nutná zkouška.** My ji uděláme jen „zpaměti“. Po dosazení čísla 5 do původní rovnice, vycházejí logaritmy kladných čísel, x = 5 je řešením dané rovnice

Správná odpověď : 5

**b) log(2x + 4) - log2 = 1**

Řešení : levá strana jako v př. A, pravou stranu si vyjádříme pomocí logaritmu ; protože se jedná o logaritmy dekadické, platí, že 1 = log10 log = log10 ; rovnost logaritmů se stejným základem = 10 ,tj. 2x + 4 = 20, tj. x = 8

**Zkouška zpaměti!** …… číslo 8 vyhovuje podmínkám

Správná odpověď : 8

**c)** **log(x + 5) + log(x – 2) = 2.log(x – 4)**

Řešení : L: součet logaritmů je roven logaritmu součinu

P: logaritmus mocniny se rovná součinu exponentu a logaritmu základu

log(x + 5).(x – 2) = log ; rovnost logaritmů se stejným základem +3x-10 =-8x+16 11x = 26 x =

**Zkouška :** po dosazení do logaritmu pravé strany bychom dostali záporné číslo ; víme, že logaritmovat lze jen čísla kladná rovnice NEMÁ ŘEŠENÍ

Správná odpověď :

**d) 2log(x – 4) - log(x + 2) = log(x – 7)**

Řešení : 2log(x – 4) = log(x – 7) + log(x + 2) ; nyní už jen obdoba předchozího příkladu

log = log(x – 7).(x + 2) , tj. - 8x + 16 = – 5x – 14 , tj. -3x = -30

x = 10

**Zkouška zpaměti!** ……. číslo 10 vyhovuje podmínkám

**II. a) = 2**

Řešení : **Podmínka: x !**

rovnici násobíme výrazem log(2x – 1) log3 = 2log(2x – 1) ; pravou stranu upravíme dle věty o logaritmování mocniny : log3 = log ; rovnost dekadických logaritmů 3 = 4 – 4x + 1 ; anulujeme, rovnici dělíme dvěma a tak postupně dostaneme :

2 – 2x – 1 = 0 ; kvadratickou rovnici řešíme pomocí diskriminantu =

= = = =

= , odpovídá podmínce, je řešením (**zkuste si sami zkoušku!**)

= , neodpovídá podmínce , není řešením

Správná odpověď :

**b) =**

Řešení : použijeme oblíbené „křížové pravidlo“ : 4(2 – logx) = logx + 3 , další úpravy:

8 – 4logx = logx + 3 , 5 = 5logx , logx = 1 x = 10

**Zkouška zpaměti!** ……. číslo 10 odpovídá podmínkám, je řešením

Správná odpověď : 10

**III. a) logx + = 6**

Řešení : rovnici násobíme výrazem logx za předpokladu, že x0 + 9 = 6logx

anulujeme : – 6logx +9 = 0 ; levou stranu rozložíme podle vzorce a nemusíme ani substituovat : = 0 logx – 3 = 0 logx = 3 x = 1000

Výsledek odpovídá podmínce, je tedy řešením.

Správná odpověď : 1000

**b) logx - 1 =**

Řešení : vyloženě obdoba příkladu a , tedy : – logx - 6 = 0 ; opět nemusíme ani substituovat, protože dokážeme kvadratický trojčlen rozložit podle Viéta

(logx + 2).(logx – 3) = 0 ; tj. rovnice v součinovém tvaru logx = -2 v logx = 3 x = v x =

**Zkouška prakticky zbytečná.** Oba výsledky odpovídají podmínkám příkladu.

**Správná odpověď :**