

**Soukromá obchodní akademie, spol. s.r.o.**

Svatováclavská 1404

Žatec

438 01

IČO: 25124811

DIČ: CZ 25124811

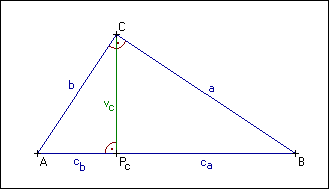
|  |  |
| --- | --- |
| **Digitální učební materiál:** | **Tematická oblast:**  **Matematika –**  B-Planimetrie,B-Stereometrie |
| **Název předmětu nebo činnosti:** | MATEMATIKA |
| **Jméno, příjmení, titul autora:** | Miloslav Novák, Mgr. |
| **Název práce:** | **III B6 - Euklidovy věty** |
| **Stupeň a typ vzdělávání:** | středoškolské vzdělání |
| **Pracovní skupina – třída:** | 3. ročník |
| **Očekávaný výstup:** | žák je schopen použít Euklidovy věty a větu Pythagorovu v početních i geometrických úlohách |
| **Datum vytvoření materiálu:** | říjen 2012 |

**Teorie:**

**Euklidovy věty**

Euklidovy věty se týkají pravoúhlého trojúhelníku.

Euklidovy věty se odvozují z podobnosti trojúhelníků.

 P

Výška trojúhelníku je kolmice z vrcholu na protější stranu.

Pravoúhlý trojúhelník má jeden úhel pravý. Pravý úhel má velikost .

Strany, které svírají pravý úhel, se nazývají odvěsny. Strana, která je nejdelší a leží proti pravému úhlu, je přepona.

Každý trojúhelník má tři výšky. Pravoúhlý trojúhelník má výšku jedinou, zbývající dvě výšky představují odvěsny trojúhelníku. Výška pravoúhlého trojúhelníku s pravým úhlem u vrcholu C se označuje , nebo jednoduše

Výška pravoúhlého trojúhelníku rozděluje přeponu na dvě části. Bod se nazývá pata kolmice.

Část přepony přiléhající ke straně se označuje ; část přepony přiléhající ke straně se označuje .

**Euklidova věta o výšce**

Odvozuje se z podobnosti trojúhelníků APC a CPB.

Slovně:

**Obsah čtverce sestrojeného nad výškou pravoúhlého trojúhelníku je roven obsahu obdélníka sestrojeného z obou úseků přepony.**

**Euklidovy věty o odvěsnách:**

Odvozují se z podobnosti vždy jednoho z „malých“ trojúhelníků a trojúhelníku ABC.

***Zkuste podle předchozího příkladu SAMI!***

Slovně:

**Obsah čtverce sestrojeného nad výškou pravoúhlého trojúhelníku je roven obsahu obdélníka sestrojeného z přepony a úseku přepony k této odvěsně přilehlé.**

**Pythagorova věta:**

Pythagorovu větu lze odvodit z vět Euklidových.

Vezměte si obě poslední věty. Obě rovnice sečtěte. Dostanete.

Na pravé straně vytkněte .

Protože , získáte výsledný vztah.

Slovně:

**Obsah čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku je roven součtu obsahu čtverců nad oběma odvěsnami.**

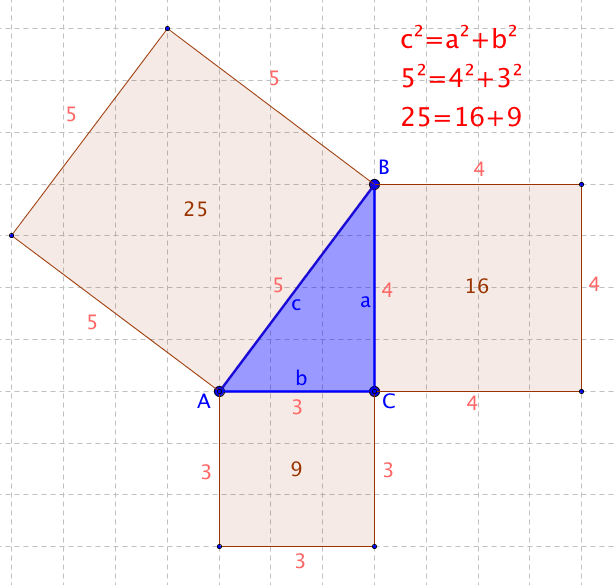
Pythagorova věta je snad nejznámější matematická věta vůbec.

Pravoúhlým trojúhelníkům se proto říká **trojúhelníky pythagorijské.**

**Nejjednodušší pythagorijský trojúhelník** je trojúhelník se stranami

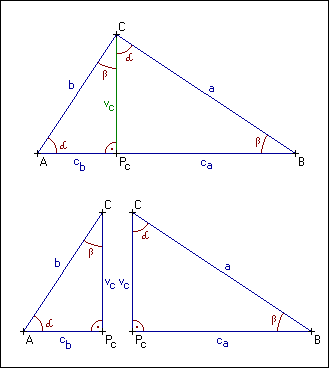
**3 ; 4 ; 5**

K lepšímu porozumění poslouží obrázek:



Pro každý pravoúhlý trojúhelník platí Pythagorova věta a věty Euklidovy.

Pro každý trojúhelník, ve kterém platí Euklidovy a Pythagorova věta platí, že je pravoúhlý.



**Historická poznámka:**

**Pythagoras ze Samu**

Pythagoras se narodil v Malé Asii na ostrově Samos. Po vpádu Peršanů se usadil na jihu Itálie, kde založil školu přístupnou mužům i ženám. Diskriminační chování bylo zakázáno. Na škole měl neomezenou autoritu.

Přívrženci jeho filozofie se nazývají pythagorejci. Šlo o řecké filozofy, obývající řecké osady na zmíněném italském jihu.

Tvrdil, že vše lze převést na číselný princip; číslům přiřazoval různé vlastnosti. Za základ všeho považoval **číslo** a **bod.** Bod pokládal za prvek nejmenší vymezenosti. Jeden bod je bod, dva body jsou úsečka, tři body tvoří trojúhelník, čtyři body prostorové těleso. Součet těchto čísel dává číslo deset. Číslo deset považoval za magickou konstrukci vesmíru. Na tomto základě pak hledal on i jeho následovníci vztahy mezi věcmi. Velkou pozornost věnoval geometrii. Známá je jeho věta o obsahu čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku. Dodnes se neví, zda je jejím autorem on sám nebo jeho žáci.

**Eukleidés**

[](http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Euklid2.jpg)

O jeho životě víme málo. Narodil se v Řecku, studoval patrně v Athénách na Platónově Akademii, kde se geometrii naučil od Eudoxa a Theaitéta. Král Ptolémaios I. (323-283 př. n. l.) ho povolal do nově založené Alexandrijské knihovny (Musea), kde pracoval a snad i učil. Mezi jeho žáky snad patřil i Archimédes.

Jeho nejvýznamnějším dílem jsou třináctidílné „Základy“ (Stoicheia) založené na systému ústředních axiómů geometrie. Tyto základy určovaly evropské geometrické myšlení po další dva tisíce let. Podává v nich také důkaz Pythagorovy věty a důkaz nekonečného množství prvočísel.

**Příklady:**

**1)**

**Vypočítejte délky stran pravoúhlého trojúhelníku ABC s přeponou c, jestliže délka odvěsny a obvod trojúhelníku je .**

**2)**

**Vypočítejte délku strany čtverce, který má stejný obsah jako rovnoramenný trojúhelník o základně a ramenu .**

**3)**

**Pravoúhlý trojúhelník ABC má přeponu a výšku . Jak dlouhé úseky vytíná výška na přeponě?**

**4)**

**Trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu A má rozměry**

**Vypočítejte .**

**5)**

**Sestrojte úsečku velikosti**

**a) pomocí Euklidovy věty o výšce**

**b) pomocí Euklidovy věty o odvěsně**

**c) pomocí Pythagorovy věty**

**Řešení:**

1)

Z první rovnice vyjádříme například c

Dosadíme do rovnice druhé

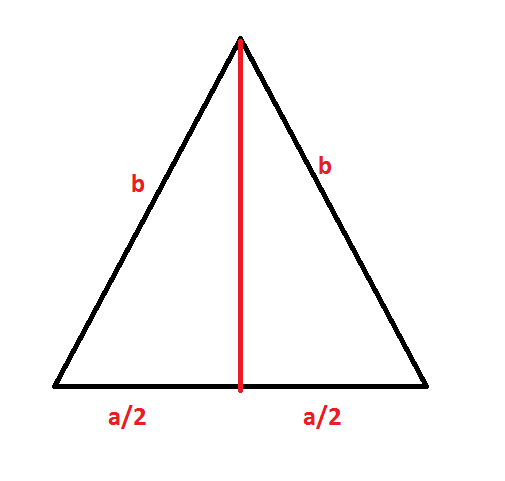
**Řešení:**

2)

Obsah čtverce o straně

V rovnoramenném trojúhelníku (na následujícím obrázku) je výška vyznačena červeně.

Použijeme Pythagorovu větu ve tvaru:

[](http://www.google.cz/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=images&cd=&cad=rja&docid=WZUbObyqQZ2-mM&tbnid=H5jT1FxZXdnMzM:&ved=0CAUQjRw&url=http://forum.matweb.cz/viewtopic.php?id=59522&ei=DamoUb6KPIOJtAaPsIDACA&bvm=bv.47244034,d.bGE&psig=AFQjCNGL6I48NVjhu9DTRqaCcKApdFnFvA&ust=1370094078145654)

Obsah trojúhelníku:

Z rovnosti obsahů plyne:

3)

Víme, že platí:

Řešíme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých metodou dosazovací.

Roznásobíme výraz na levé straně a napíšeme kvadratickou rovnici v anulovaném a normovaném tvaru. Tuto rovnici následně řešíme.

**Úseky přepony mají délky 16 a 4.**

4)

**Pozor: máme jiné označení vrcholů a stran trojúhelníku ABC.**

Z Euklidových vět o odvěsnách dostaneme vztah mezi oběma úseky přepony.

Obě rovnice vzájemně vydělíme a dostaneme.

Dosadíme do Pythagorovy věty a určíme .

**Řešení:**

5)

a)

b)

c)